quest'altra

$$_2 \theta$$
$$2$$

Questo risultato ci insegna che le curve p = cost., q — cost. sono ortogonali fra loro. Esse hanno inoltre le proprietà d'essere dirette secondo le diagonali dei rombi infinitesimi che sono tracciati sulla superficie dalle curve u = cost., v = cost.

Infatti denominando ds_u, ds_v gli elementi delle curve v = cost., u= cost., si ha

$$d\,u = h \operatorname{sen} 6\; d\,s_u\,, \qquad dv = b$$

sen 6 $d\,s_v$ 5 quindi

$$2\,dp = h \operatorname{sen} 6\; (J \$_a -)- d.\hat{}\,)\,,$$

$$2dq = h \operatorname{sen} 9\; (d\,s_u - d\,s_v*)\,.$$

Dunque per le linee q = cost. si *loa.* $ds_u = ds_v$, e per le linee p = cost., ds_u = — d5$_v$, donde risulta che le linee q — cost. sono le bissettrici interne dell'angolo 6, mentre le p = cost. sono le sue bissettrici esterne.

Merita di essere particolarmente menzionato il caso in cui i due sistemi u = cost., v = cost. sono costituiti da curve parallele geodeticamente fra loro. In questo caso, determinando convenientemente i parametri di questi due sistemi, si può prendere $h_i = h_2$ = i (vedi art. IV); e siccome quando ciò ha luogo le u_9 v rappresentano le distanze geodetiche del punto qualunque (?/, *v)* dalle curve iniziali u = o, v = o, così la proprietà or ora dimostrata conduce a questo teorema: *i due sistemi formati dalle curve luoghi geometrici dei punti di cui è costante la somma o la differenza delle distante geodetiche da due curve fisse tracciate sopra una superficie qualunque, sono ortogonali fra loro.*

In questo teorema, già enunciato dal sig. WEINGARTEN *), è compreso quello ritrovato dal sig. BETTI **), nel caso che le due curve fisse riducansi a due punti, ovvero che l'ima sola d'esse" si riduca ad un punto.

XVIII.

È ora noto generalmente che s'intenda per *curvatura geodetica* di una linea tracciata sopra una superficie. Fra le varie definizioni che se ne possono dare ***), ci ac-

*) Journal fùr die reme und angewandte Mathe.natik, Bd. LXII (1863), pag. 166. **) Annali di Matematica pura ed applicata, t. Ili (1860), pag. 336.

***) II lettore potrà trovarle enumerate ed accuratamente discusse nei § 714-718 del *Trattato di calcolo differenziale* del sig. BERTRAND.